**4)a)**

%PTC 5005 - 2019

%Prof: Maria D. Miranda

%Aluno: Stéfano Albino Vilela Rezende (Ouvinte)

%Lista de Exercícios 5 - Exercício 4

% Cálculo da TFTD

% k = número de pontos da TFTD

k = 2^10;

r=input('Entre com o valor (0 < r < 1) de r = ');

theta=input('Entre com o valor (em radianos) de theta = ');

% Polinomio do denominador

den=[1-2\*r\*cos(theta) r^2];

% Polinômio do numerador

num=1;

% Frequencia angular - contínua

pol = roots (den)

w=0:pi/k:pi;

% Cálculo da resposta em frequência

H=freqz(num,den, w);

% Gráficos

subplot(2,2,1); zplane(num,den);grid;

xlabel('real(omega)'); ylabel('imag(omega)')

subplot(2,2,2); plot(w/pi,abs(H)/max(abs(H)));grid;

axis([0 1 0 4]);

title('Módulo do espectro')

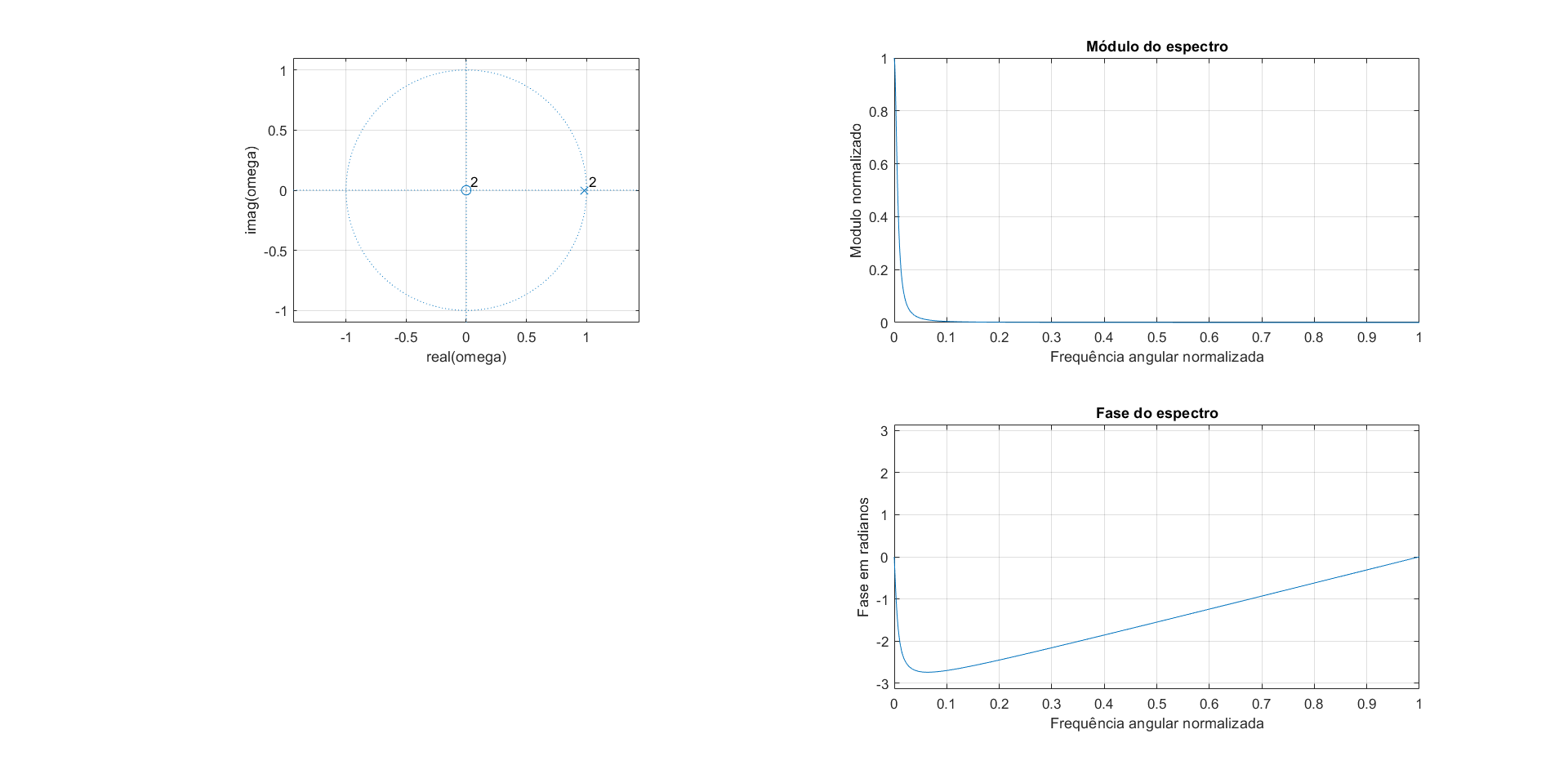
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Modulo normalizado')

subplot(2,2,4); plot(w/pi,angle(H));grid;

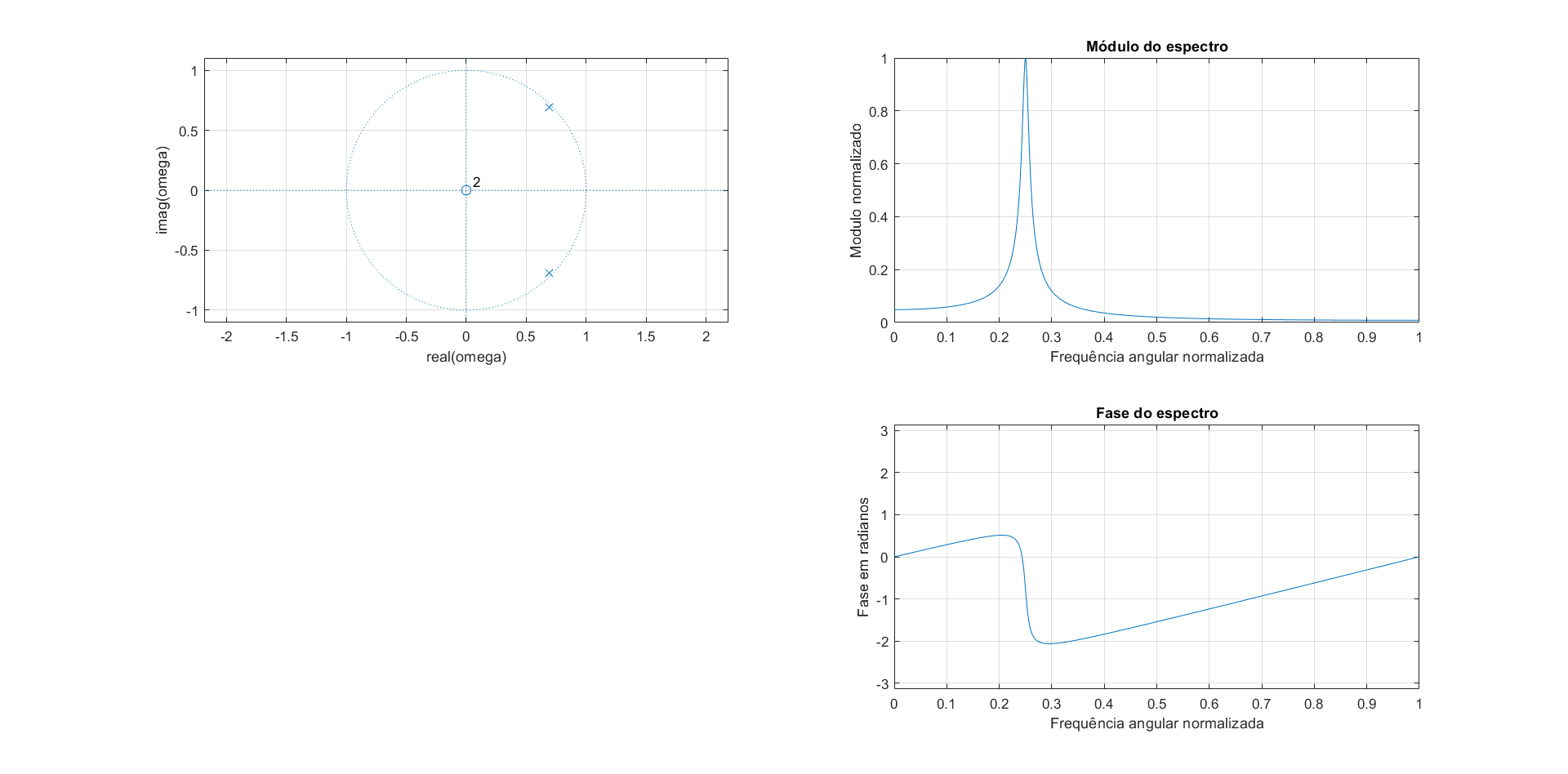
axis([0 1 -pi pi]);

title('Fase do espectro')

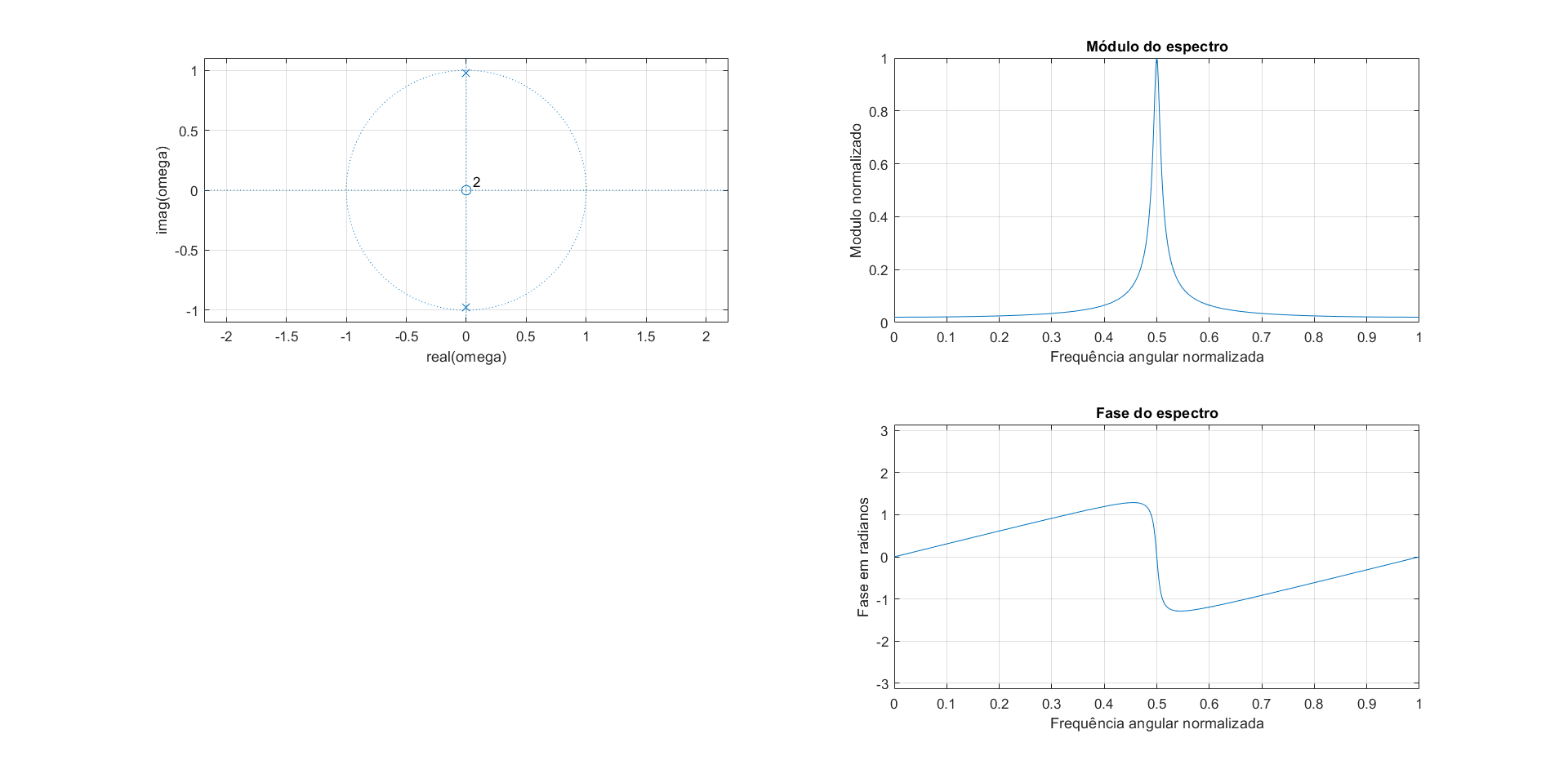
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Fase em radianos')

**

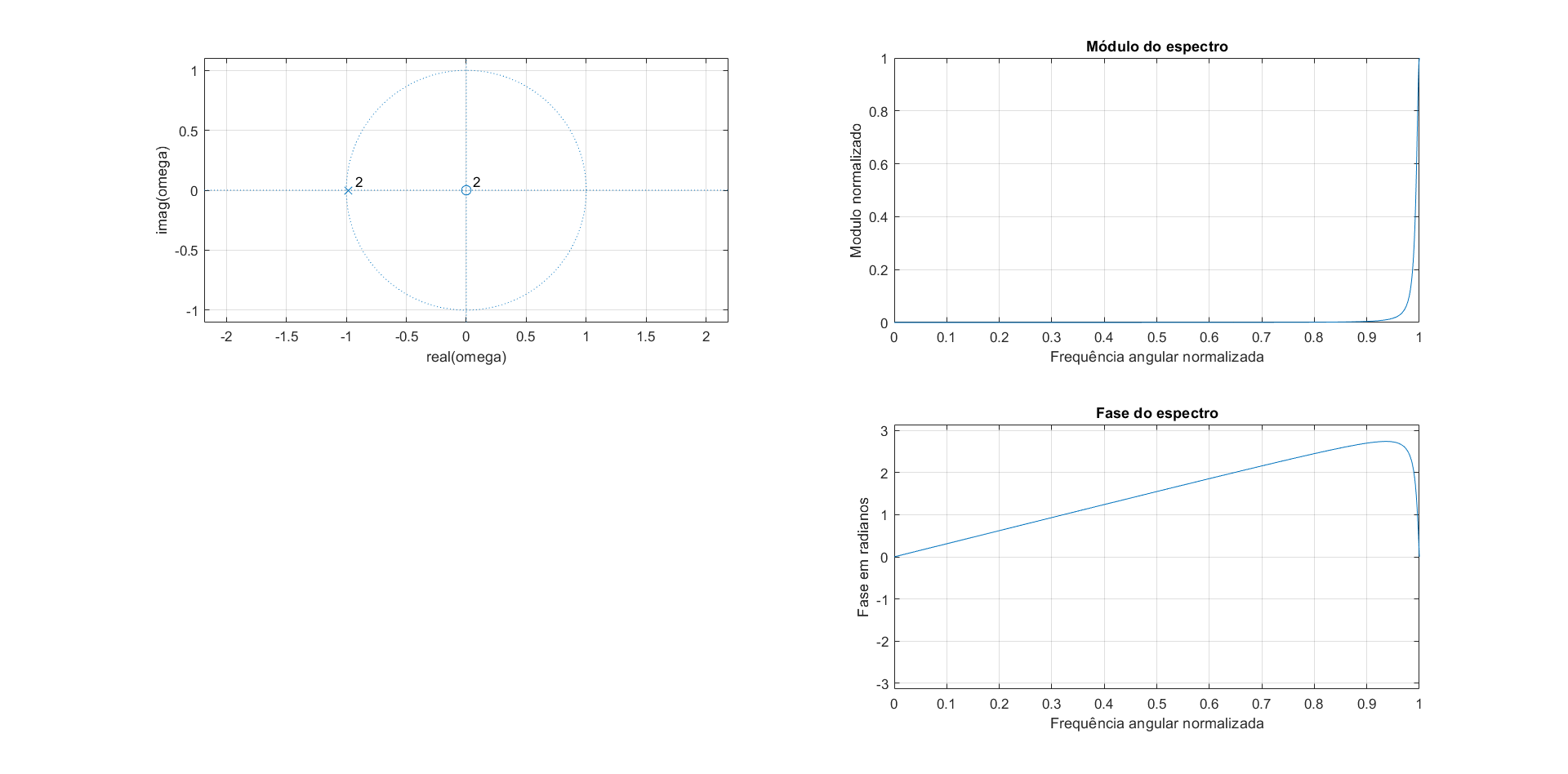
*Figura 1 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = 0.*



*Figura 2 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π/4.*



*Figura 3 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π/2.*



*Figura 4 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,98 e θ = π.*

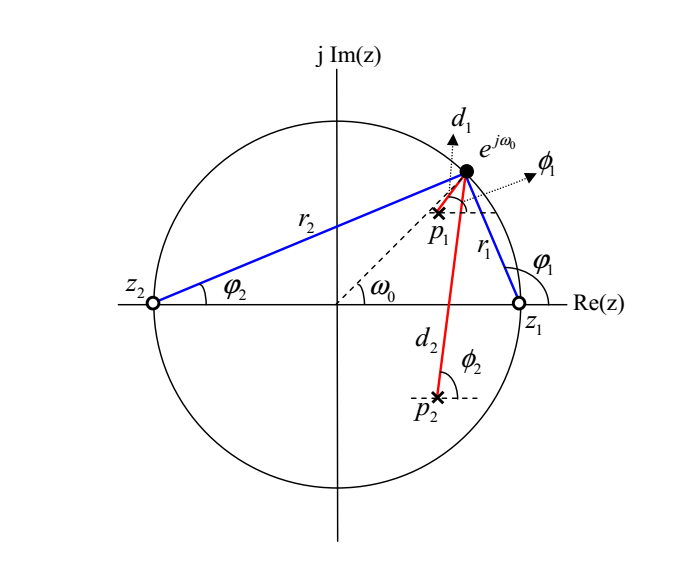
A partir do diagrama de polos e zeros é possível determinar as características da resposta em frequência do sistema . O módulo do espectro é dado pela multiplicação das magnitudes dos vetores entre os zeros e o ponto z=ejω sobre a circunferência unitária divida pela multiplicação das magnitudes dos vetores entre os polos e esse mesmo ponto da circunferência, multiplicados pelos módulos dos coeficientes b0 e a0, conforme expresso na equação (1).

(1)

Já a fase é dada pela soma dos ângulos em relação ao eixo horizontal dos vetores dos zeros subtraídos dos ângulos dos vetores dos polos, como na equação (2).

(2)

Esses termos estão apresentados em um sistema arbitrário na figura abaixo:



*Figura 5 – Diagrama de polos e zeros de um sistema usado para cálculo da resposta em frequência em ω=ω0.*

Para esse sistema no qual os dois zeros se encontram e os polos sobre a circunferência de raio por *r* = 0,98, temos um filtro passa-faixa centrado na frequência angular normalizada definida por θ. Também é perceptível a fase nula na frequência angular normalizada definida por θ, para os casos de θ = 0, θ = π /2 e θ = π, já no caso de θ = π /4 percebemos o mesmo comportamento de fase porém esse valor é -1 radiano.

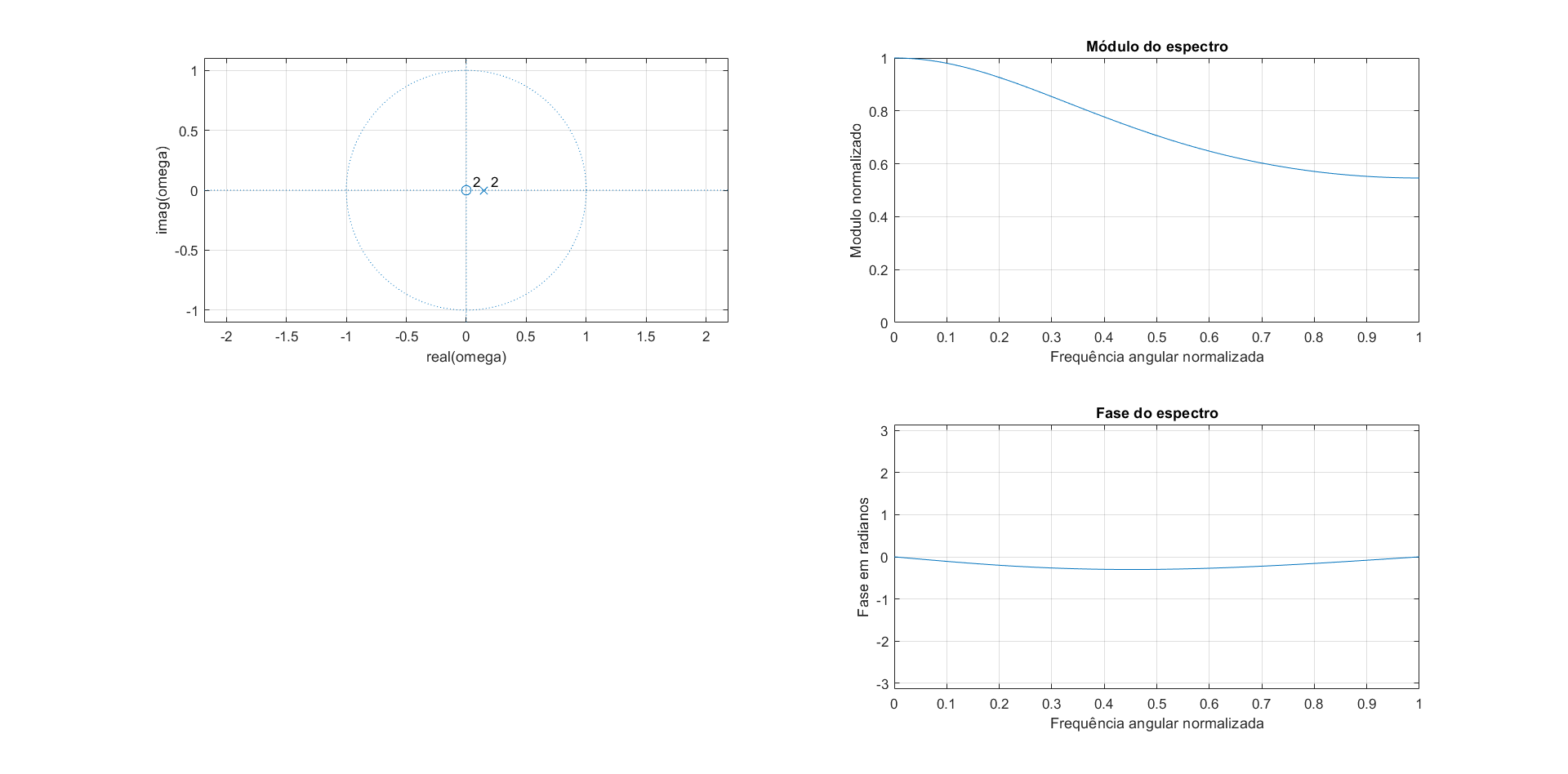
É interessante observar também que nos casos os quais θ = 0 e θ = π/2 (*Figura 1* e *Figura 3 respectivamente*) temos os polos quase sobre a circunferência unitária e sobre o eixo real (z=0,98 e z=-0,98 respectivamente), que resulta num valor muito elevado para H(0) e H(π/2) respectivamente, assim o restante do diagrama se aproxima de zero, uma vez que foi normalizado pelo valor de máximo.

Na *Tabela 1* são apresentados os valores dos polos, os valores máximos do módulo de H(ejω )*.*

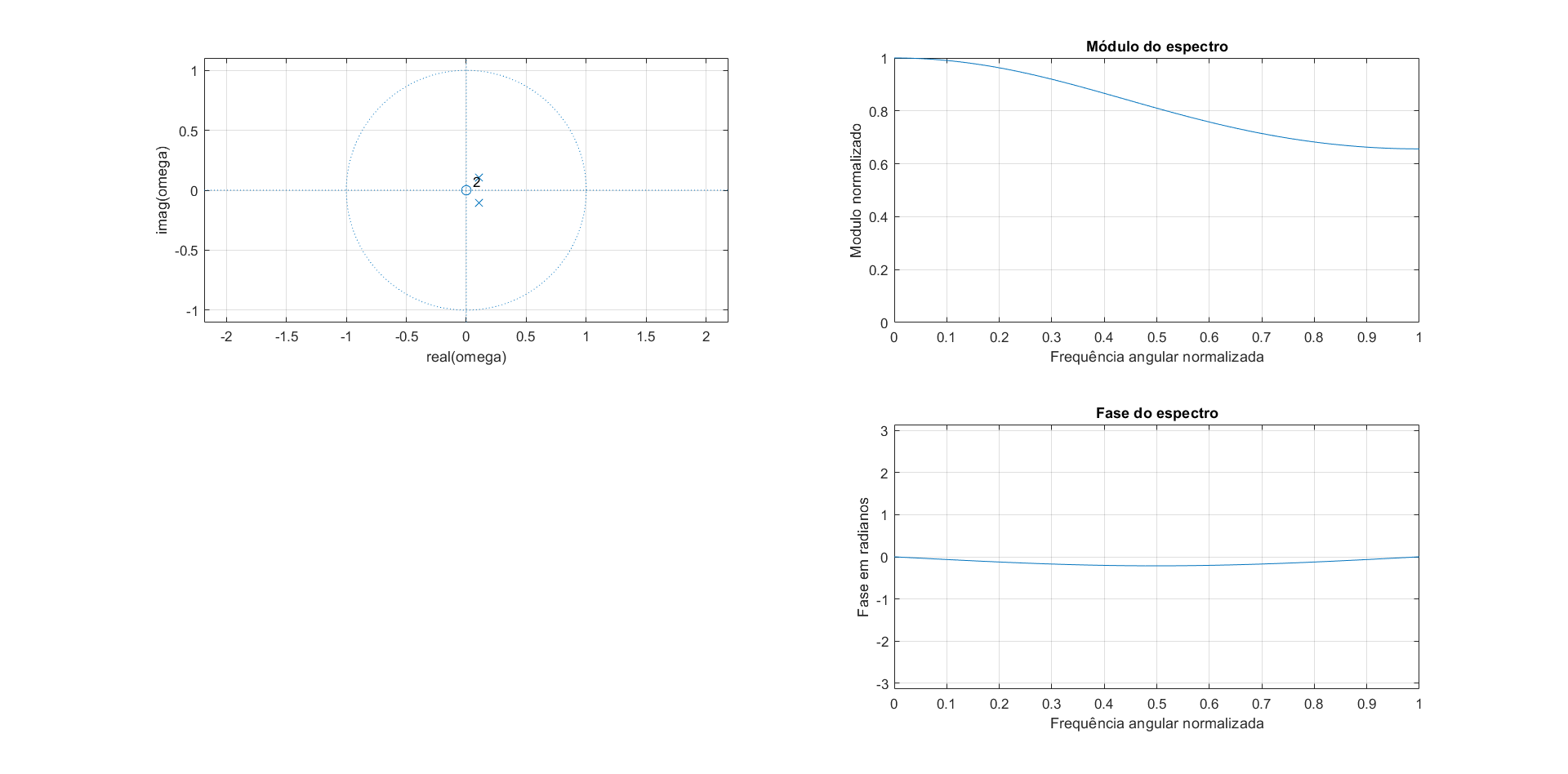
*Tabela 1 – Valores de H(z) para r =0,98*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **θ** | **Polos** | **Max |H(ejω )|** | **Min |H(ejω )|** |
| 0 | 0,98  0,98 | 2500 @ ω = 0 | 0,2551 |
| π/4 | 0,6930 + 0,6930j  0,6930 – 0,6930j | 35,7106 @ ω = π/4 | 0,2988 |
| π/2 | 0 + 0,98j  0 - 0,98j | 25,2525 @ ω = π/2 | 0,5101 |
| π | -0,98  -0,98 | 2500 @ ω = π | 0,2551 |

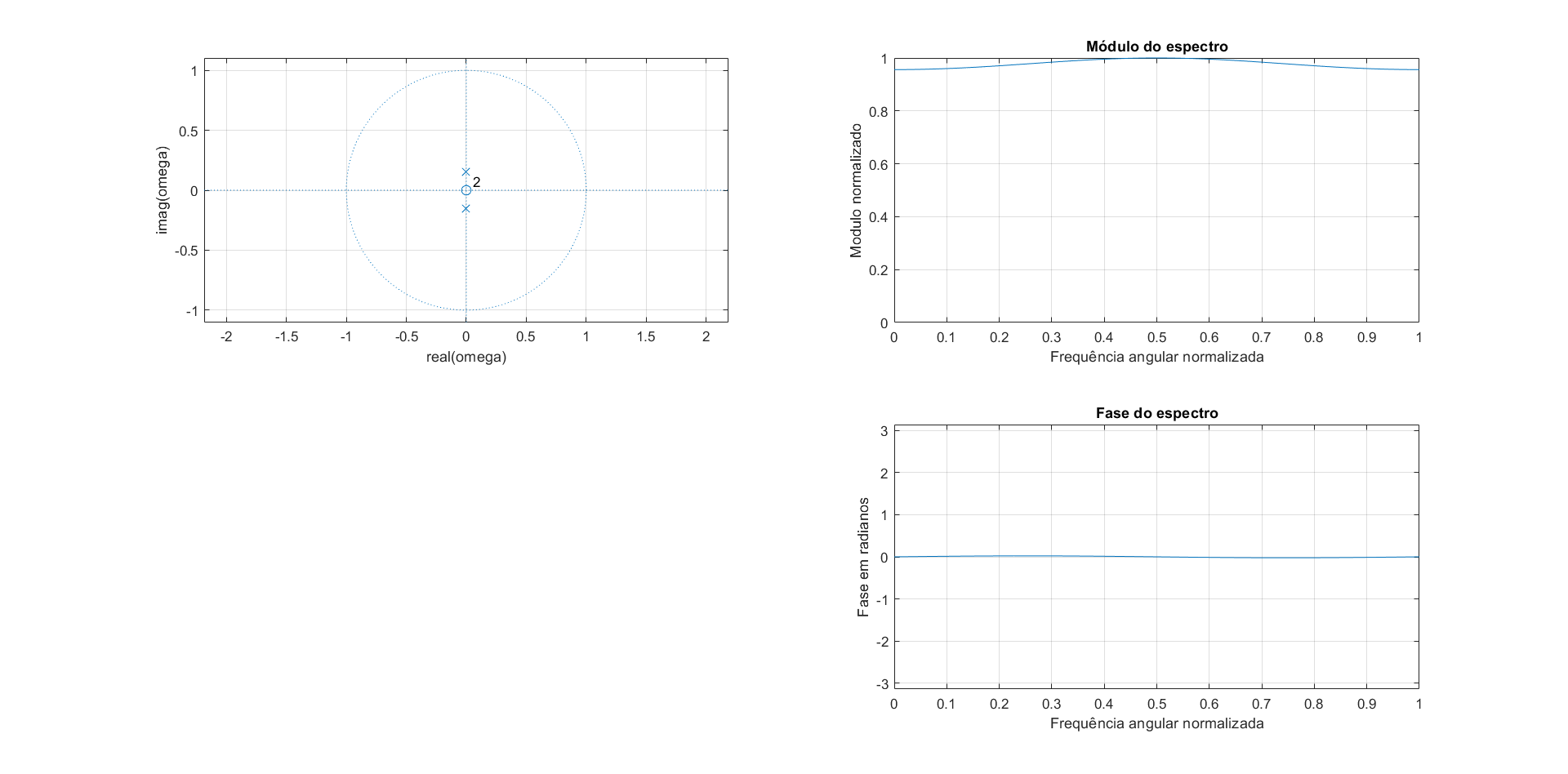
**b)**



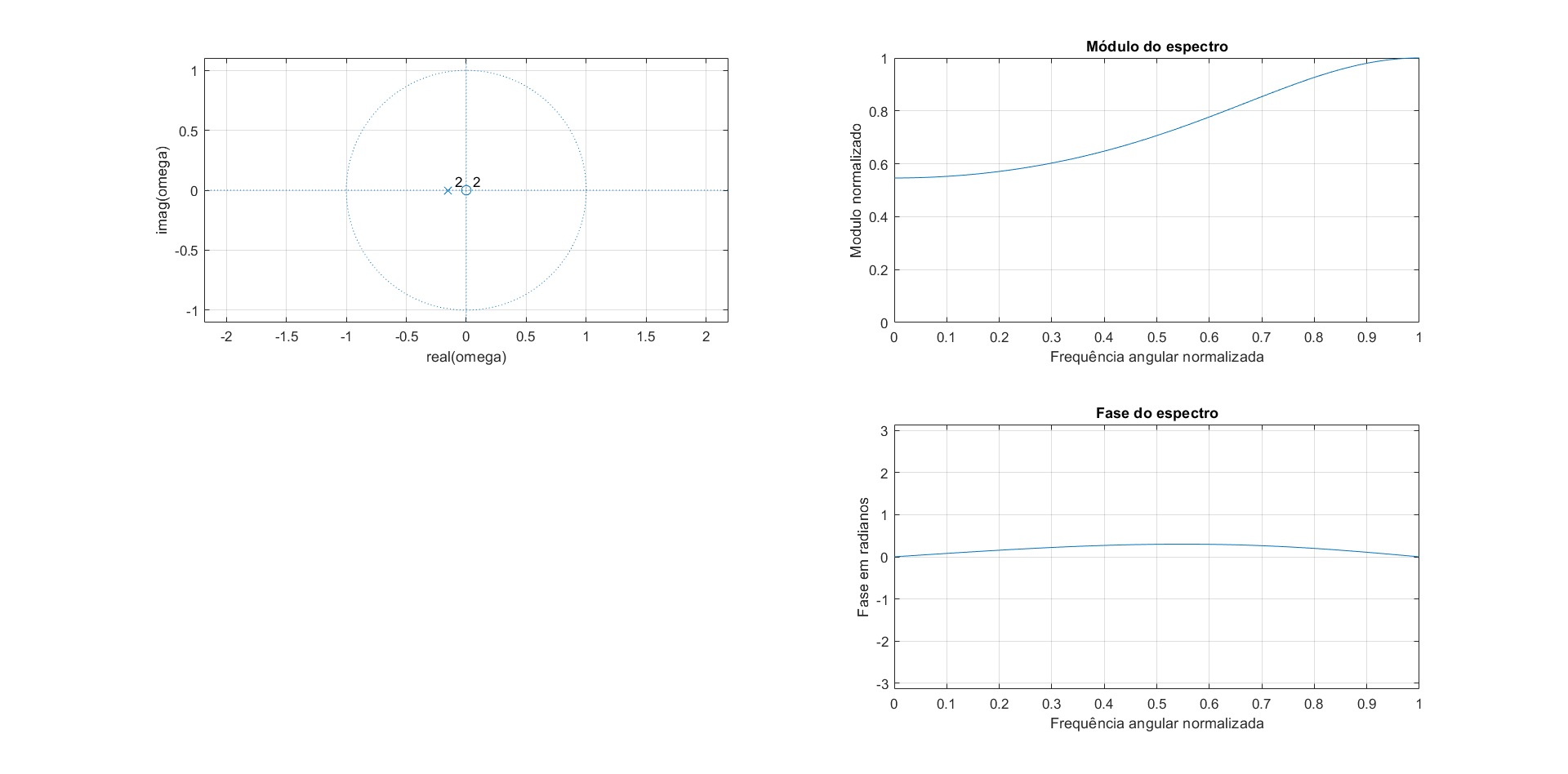
*Figura 6 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = 0.*

**

*Figura 7 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π/4.*



*Figura 8 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π/2.*

**

*Figura 9 – Plano Z e Resposta em Frequência da função H(z) para r = 0,15 e θ = π.*

Para esses casos nos quais *r* assume o valor de 0,15 o polo fica tão próximo ao zero que pelos gráficos normalizados não vemos diferença no módulo de H(z) com a variação de θ. Na *Tabela 2* são apresentados os valores dos polos, os valores máximos do módulo de H(ejω ), em ω = π, e os valores mínimos do módulo de H(ejω ), em ω = 0 .

*Tabela 1 – Valores de H(z) para r =0,15*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **θ** | **Polos** | **Max |H(ejω )|** | **Min |H(ejω )|** |
| 0 | 0,15  0,15 | 1,3841 @ ω = 0 | 0,7561 |
| π/4 | 0,1061 + 0,1061j  0,1061 - 0,1061j | 1,2340 @ ω = 0 | 0,81 |
| π/2 | 0 + 0,15j  0 – 0,15j | 1,023@ ω = π/2 | 0,9780 |
| π | -0,15  -0,15 | 1,3841 @ ω = π | 0,7561 |

**c)**

A primeira vista é notado que o decaimento do módulo da resposta em frequência é mais acentuado nos casos em que r = 0,98 do que nos casos em que r =0,15. E como comentado no item anterior temos que pi/4 não tem seu ponto de passagem-de faixa centrado nele.

**d)**